

Analisi di compressori alternativi con approccio ibrido tempo-frequenza

Il supporto di modelli numerici ricopre un ruolo fondamentale nelle fasi preliminari della progettazione dei compressori alternativi. Il moto alterno della macchina genera oscillazioni di pressione che portano a vibrazioni strutturali dell'impianto e alterazioni delle performance della macchina. Un modello numerico basato su un approccio ibrido tempo-frequenza consente di analizzare l'intero sistema. La possibilità di considerare l'influenza tra compressore ed impianto porta a dei vantaggi.

A HYBRID TIME-FREQUENCY APPROACH FOR THE RECIPROCATING COMPRESSOR ANALYSIS

Numerical models have a fundamental role in the preliminary phases of the reciprocating compressor design. The reciprocating operating conditions of the compressor generate pressure oscillations that lead to structural vibrations of the pipelines and affect the compressor performance. A numerical model based on a hybrid time-frequency approach allows analyzing the whole system. The possibility of analyzing the interaction between the compressor and the pipelines is advantageous.

INTRODUZIONE

I compressori alternativi sono macchine adibite alla compressione di gas. L'elevata efficienza di compressione in un ampio intervallo di pressioni li rende un componente fondamentale per applicazioni sia civili che industriali. L'ampia diffusione e gli elevati costi di manutenzione, unitamente alla domanda mondiale di incremento dell'efficienza energetica, richiedono grande accuratezza nella fase di progetto.

I modelli numerici giocano un ruolo fondamentale nel soddisfare questa richiesta, sia nella simulazione della macchina sia dell'impianto.

Fino ad ora il progetto dei compressori è stato focalizzato prevalentemente sull'efficacia e l'affidabilità della macchina. Ad ora particolare attenzione è rivolta sia all'incremento dell'efficienza sia alla riduzione delle vibrazioni strutturali dell'impianto, nonché all'attenuazione del rumore in condizioni operative. La necessità di affrontare queste tematiche richiede un'analisi che sia più possibile dettagliata fin dalle prime fasi della progettazione.

L'analisi numerica dispone di numero elevato di alternative che differiscono per il livello di dettaglio nella caratterizzazione dei fenomeni in gioco e per il costo computazionale. Nella maggior parte dei casi, questi due parametri dimostrano di essere tra loro inversamente proporzionali. Sotto questo aspetto è esemplificativa l'analisi CFD (Computational Fluid Dynamics) che fornisce il massimo livello di dettaglio disponibile, ma è fortemente penalizzata dall'elevato costo computazionale e la scarsa flessibilità nella variazione dei parametri caratteristici del sistema. Queste caratteristiche costituiscono delle limitazioni non accettabili per le prime fasi della progettazione, rendendo inidoneo l'uso della CFD.

Per contro i modelli numerici semplificati, e più in particolare i modelli a parametri concentrati, consentono di definire e testare configurazioni specifiche di design rispettando le esigenze della progettazione. Questo perché caratterizzati da elevata flessibilità e rapidità di calcolo. Le tipologie di modelli numerici semplificati sono numerose, e differiscono

NOMENCLATURA

FFT	Fast Fourier Transform	
IFFT	Inverse Fast Fourier Transform	
a	velocità del suono	[m/s]
A	sezione passaggio valvola	[m ²]
b	smorzamento valvola	[N s/m]
c _p	calore specifico a pressione costante	[J/kg/K]
d	diametro condotto	[m]
f	frequenza	[Hz]
F	forza	[N]
k	rigidezza valvola	[N/m]
	numero d'onda	[rad/m]
K _s	coefficiente di efflusso	[-]
l	lunghezza di biella	[m]
	lunghezza condotto	[m]
m	massa valvola	[kg]
M	massa di gas	[kg]
ṁ	flusso di massa	[kg/s]
p	pressione	[Pa]
p _v	oscillazione di pressione acustica di monte	[Pa]
p _d	oscillazione di pressione acustica di valle	[Pa]
p ₀₁	pressione totale monte	[bar]
p ₂	pressione statica valle	[bar]
r	raggio manovella	[m]
s	spostamento pistone	[m]
t	tempo	[s]
T	temperatura	[K]
T _{ij}	coefficiente della matrice di trasferimento	[-]
v _v	oscillazione di velocità di monte	[m/s]
v _d	oscillazione di velocità di valle	[m/s]
V	volume	[m ³]
x	spostamento valvola	[m]
ẋ	velocità valvola	[m/s]
ẍ	accelerazione valvola	[m/s ²]
Y ₀	impedenza caratteristica	[kg/m ² /s]
Y	rapporto calori specifici	[-]
ρ	densità	[kg/m ³]
ω	pulsazione	[rad/s]

sia per il focus dell'indagine (i.e. compressore, impianto) sia per il livello di dettaglio con cui è effettuata l'analisi.

I primi modelli matematici di compressori alternativi [1] sono di tipo quasi-stazionario a parametri concentrati e simulano la macchina e le rispettive valvole caratterizzate nella dinamica. Questa tipologia di modellazione, ampiamente validata dal confronto con dati sperimentali, è correntemente applicata nella ricerca scientifica e nella prassi industriale.

La simulazione del solo compressore comporta delle approssimazioni sulla valutazione delle performance della macchina e sull'analisi acustica dell'impianto. Infatti è importante, per incrementare l'accuratezza dell'analisi, considerare l'interazione tra compressore ed impianto per poter effettuare valutazioni su risultati condizionati dagli effetti legati all'interazione dei due sistemi [2].

L'analisi delle pulsazioni di pressione è comunemente effettuata utilizzando un approccio acustico [3]: la rapidità di calcolo e la flessibilità nella gestione degli elementi costitutivi del modello (rappresentativi dei componenti dell'impianto) rendono l'approccio acustico estremamente idoneo per le prime fasi del progetto. Inoltre, consente di superare le limitazioni proprie dell'analisi fluidodinamica 1D, permettendo di modellare configurazioni geometricamente complesse: infatti, la definizione e caratterizzazione acustica di tali geometrie attraverso matrici di impedenza [4] permette di superare il livello di dettaglio che può essere ottenuto utilizzando la modellazione fluidodinamica 1D.

La realizzazione di un modello ibrido tempo-frequenza [5] consente di effettuare l'analisi di impianto e compressore considerando l'influenza reciproca. Il codice, implementato in ambiente MATLAB®, è stato realizzato all'interno del Dipartimento di Ingegneria Industriale di Firenze. È strutturato in due sotto-modelli: il sotto-modello compressore, che opera nel dominio del tempo, ed il sotto-modello impianto che

opera nel dominio delle frequenze. L'interazione avviene applicando la trasformata di Fourier (FFT) e la sua inversa. Il calcolo segue una procedura iterativa che termina con il raggiungimento della convergenza del ciclo termodinamico del compressore. La complicazione intrinseca del modello ibrido è ripagata dalla possibilità di usufruire dei vantaggi di entrambi i sotto-modelli che lo costituiscono: alto livello di dettaglio sia per la macchina sia per l'impianto, rapidità di calcolo e flessibilità di gestione dei parametri di progetto (soprattutto per quanto riguarda l'impianto).

L'attendibilità del modello ibrido è stata valutata confrontando i risultati della simulazione di un test case con quelli della simulazione dello stesso sistema con il codice commerciale AMESim® che opera interamente nel dominio del tempo. La configurazione di impianto scelta è semplificata per consentire di rientrare nel limite della modellazione fluidodinamica monodimensionale, garantendo le stesse condizioni di simulazioni tra i due codici. Inoltre sono state valutate le variazioni sul ciclo dovute alla interazione tra compressore ed impianto.

MODELLO IBRIDO

L'algoritmo alla base del modello ibrido realizza l'interazione tra due sistemi, mettendo in comunicazione i due differenti domini di calcolo: il dominio del tempo (compressore) e quello delle frequenze (impianto). L'algoritmo ha inizio con il calcolo del ciclo termodinamico del compressore con condizioni di pressione al contorno (aspirazione e mandata) costanti. I profili di portata sono poi trasposti dal dominio del tempo a quello delle frequenze utilizzando la FFT.

I profili di portata nel dominio delle frequenze costituiscono gli input del sotto-modello dell'impianto, partendo dai quali calcola le oscillazioni di pressione e portata in tutto il sistema. Di particolare interesse sono le sezioni di interfaccia con il compressore. La pressione all'interfaccia tra compressore ed impianto è trasposta dal dominio delle frequenze a quello del tempo applicando la IFFT. I profili di pressione (non più costanti) sono quindi utilizzati dal sotto-modello compressore per il calcolo del ciclo.

Tale procedura è iterativa e si ripete fino al raggiungimento della convergenza sul ciclo termodinamico del compressore.

MODELLO COMPRESSORE

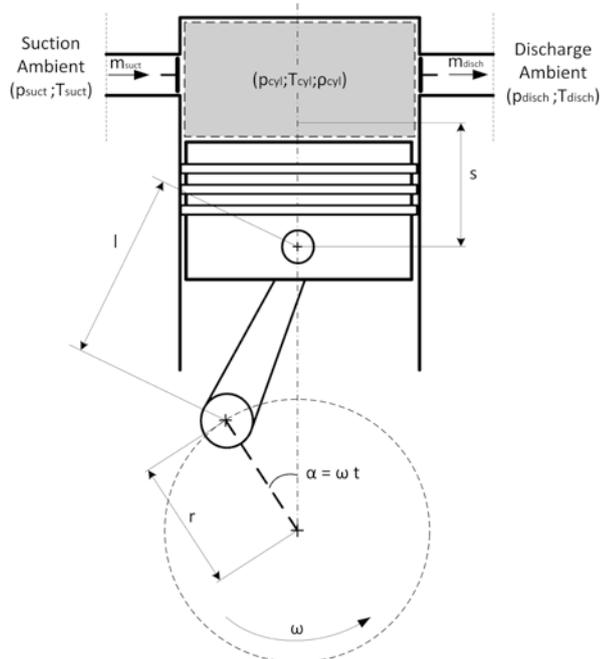
Il compressore alternativo segue un approccio quasi-stazionario a parametri concentrati. Il calcolo del ciclo termodinamico procede per avanzamenti di angolo di manovella (step di 0.1 grado), cui corrisponde lo spostamento del pistone (Eq. 1) sulla base del cinematismo biella-manovella. La procedura di calcolo nel time-step è in due fasi. Nella prima si calcolano le condizioni termodinamiche del fluido contenuto all'interno della camera del cilindro considerando lo spostamento del pistone a valvole chiuse.

$$s = \sqrt{l^2 - (r \cdot \sin(\omega \cdot t))^2} + r \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (1)$$

La variazione di volume generata dallo spostamento del pistone ed il valore della pressione calcolato, confrontato con le pressioni di aspirazione e mandata, consentono di determinare la fase del ciclo termodinamico simulata, seguendo lo schema sotto riportato:

- Aspirazione: $p_{cil} < p_{asp}$

FIGURA 1 - Rappresentazione schematica del sotto-modello di compressore alternativo



- Compressione: $p_{asp} < p_{cil} < p_{man}, \Delta V < 0$
- Mandata: $p_{cil} > p_{man}$
- Espansione: $p_{asp} < p_{cil} < p_{man}, \Delta V > 0$

In base alla fase considerata, sono calcolate le condizioni termodinamiche interne risolvendo le equazioni di bilancio di massa (Eq.2) ed energia (Eq.3) del fluido.

$$M^i = M^{i-1} + \sum_k \dot{m}_k^i \cdot dt \quad (2)$$

$$u^i = \frac{u^{i-1} \cdot M^{i-1} - dV^i \cdot p^{i-1} + \sum_k \dot{m}_k^i \cdot T^i \cdot c_{p_k}^i}{M^{i-1}} \quad (3)$$

Nelle fasi di espansione e compressione le condizioni termodinamiche del fluido sono determinate considerando una trasformazione politropica con esponente assegnato (Eq.4).

$$p^i = p^{i-1} \cdot \left(\frac{\rho^i}{\rho^{i-1}} \right)^n \quad (4)$$

Nelle fasi di aspirazione e compressione è simulato il comportamento dinamico delle valvole attraverso la risoluzione dell'equazione differenziale che descrive i sistemi massa-molla-smorzatore (Eq.5). La risoluzione è effettuata applicando il metodo di Eulero [6].

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F(t) \quad (5)$$

Il calcolo dello spostamento della valvola consente di ricavare la sezione di passaggio per il fluido da cui, attraverso la formulazione dell'ugello isentropico (Eq.6) è calcolato il flusso di massa che in fase di aspirazione entra nel cilindro (il flusso è uscente nella fase di mandata).

$$\dot{m} = K_s \cdot A_v \cdot \sqrt{\left[\frac{2\gamma}{\gamma-1} \right] \left\{ \rho_1 \cdot p_{01} \left[\left(\frac{p_2}{p_{01}} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma}} - \left(\frac{p_2}{p_{01}} \right)^{1+\frac{1}{\gamma}} \right] \right\}} \quad (6)$$

MODELLO IMPIANTO

L'impianto è basato sull'approccio delle matrici di trasferimento [7], ed è definito nel dominio delle frequenze. Tale approccio consente di mettere in relazione le grandezze di stato (oscillazioni di pressione e velocità) al contorno dell'elemento descritto dalla matrice utilizzando due equazioni lineari (Eq.7). I valori dei coefficienti della matrice dipendono dalle caratteristiche geometriche dell'elemento considerato e dalle condizioni termodinamiche del fluido. La variabile indipendente delle equazioni descrittive di ciascun elemento è la frequenza dell'oscillazione considerata.

$$\begin{bmatrix} p_u \\ v_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_d \\ v_d \end{bmatrix} \quad (7)$$

La simulazione di un sistema costituito da più elementi connessi in serie è realizzabile con l'approccio a matrici di trasferimento considerando il prodotto delle matrici dei singoli elementi (Eq.8).

$$\begin{bmatrix} p_n \\ v_n \end{bmatrix} = T_n \cdot T_{n-1} \cdot \dots \cdot T_1 \cdot T_0 \begin{bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Le grandezze di stato dell'intero sistema sono quindi calcolate attraverso la risoluzione di un sistema di equazioni lineari che ha come input un profilo di oscillazioni di velocità alla sezione di ingresso. Di particolare interesse per il modello ibrido è il valore dell'oscillazione di pressione alla sezione di interfaccia dell'impianto con il compressore.

A titolo di esempio si riporta la composizione delle matrici di trasferimento che modellano le linee di aspirazione e mandata del test case analizzato. Il sistema è costituito da un volume comunicante da un lato con il compressore e dall'altro con un condotto, che sbocca in un ambiente aperto a pressione costante. La matrice di trasferimento lega le grandezze di stato (i.e. pressione e velocità) della sezione di interfaccia tra compressore e quelle dell'ambiente.

$$\begin{bmatrix} p_{comp} \\ v_{comp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{j} \frac{2\pi f V}{a^2} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{e^{-j\omega l} + e^{+j\omega l}}{2} & Y_0 \frac{e^{-j\omega l} + e^{+j\omega l}}{2} \\ \frac{1}{Y_0} \frac{e^{-j\omega l} + e^{+j\omega l}}{2} & \frac{e^{-j\omega l} + e^{+j\omega l}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Y_0 \left(\frac{k^2 d^2}{16} + j0.6 \frac{kd}{2} \right) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{amb} \\ v_{amb} \end{bmatrix} \quad (9)$$

COMPARATIVA MODELLAZIONI NUMERICHE

Per testare le potenzialità della modellazione ibrida è stato definito un test case simulato con due differenti approcci, i cui risultati sono stati successivamente confrontati. Il termine di paragone per il sistema simulato con modello ibrido è lo stesso sistema simulato con codice commerciale monodimensionale che lavora nel dominio del tempo. Il test case è un compressore alternativo a CO2 per applicazioni frigorifere. L'impianto (aspirazione e mandata) è costituito da un volume, direttamente collegato alla valvola, ed un condotto ad esso connesso e terminante in un ambiente a pressione costante. L'intero sistema è rappresentato in Figura 2.

I dati geometrici dell'impianto sono riportati in Tabella 1 assieme ai dati di progetto e le condizioni operative della macchina.

Il confronto tra i due approcci di modellazione è effettuato sulla base sia del ciclo termodinamico del compressore, sia dei profili di pressione alle valvole. Osservando i grafici in Figura 3, la modella-

TABELLA 1 - Dati tecnici del test case

CO2 Compressor		
Rotating speed	[rpm]	1440
Fluid	-	CO2
Displacement	[cm3]	152
Suction		
Pressure	[bar]	2.06
Temperature	[°C]	21.6
Discharge		
Pressure	[bar]	18.98
Temperature	[°C]	118
Pipelines geometry		
Volume	[dm3]	0.3
Duct length	[m]	1.0
Duct diameter	[mm]	30

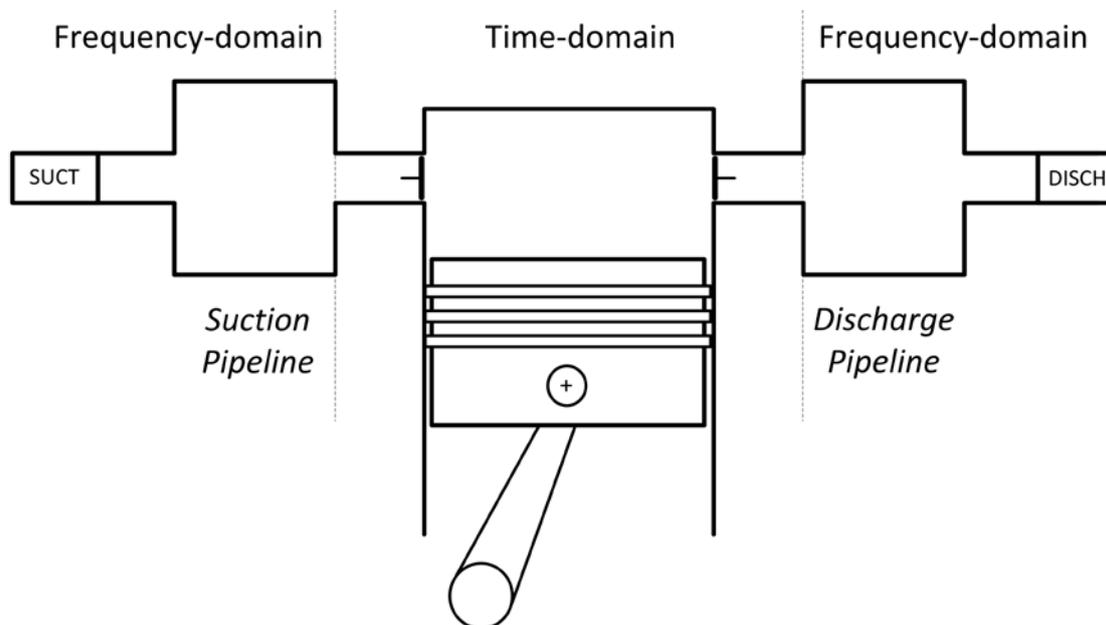


FIGURA 2 - Schema rappresentativo della configurazione di compressore ed impianto testata con i modelli numerici

zione ibrida si dimostra equivalente a quella che opera interamente nel dominio del tempo. I due codici infatti calcolano lo stesso ciclo termodinamico del compressore, diretta conseguenza dell'identità dei profili di pressione al contorno del compressore generati dall'interazione con l'impianto.

I due modelli dimostrano di essere equivalenti, sia in termini di calcolo del ciclo termodinamico, sia di risposta dell'impianto. Si può quindi dedurre che i sotto-modelli dell'approccio ibrido sono del tutto equivalenti alla modellazione nel dominio del tempo (non scontato per quanto riguarda l'analisi acustica nel dominio delle frequenze).

Questo risultato mette in evidenza come l'interazione tra i due domini di calcolo differenti, caratteristica peculiare dell'approccio ibrido, non alteri la risposta fisica del sistema rispetto ad una modellazione che opera interamente nel dominio del tempo. I passaggi di informazioni tempo-frequenza e frequenza-tempo non alterano la fisicità del problema. Come riportato in [8], l'approccio ibrido permette di individuare anche la presenza delle risonanze caratteristiche dell'impianto.

CONFRONTO MODELLO IBRIDO-PRESSIONI COSTANTI

L'influenza della modellazione ibrida sulla simulazione, e quindi gli effetti dei profili di pressione oscillanti alle sezioni di interfaccia del compressore con l'impianto, sono stati valutati confrontando il modello ibrido con la simulazione dello stesso test case sopra presentato utilizzando il modello compressore con condizioni di pressione al contorno costanti.

In Figura 4 sono riportati i risultati calcolati con i due modelli. Il confronto è effettuato in termini di ciclo indicato e massa elaborata per ciclo.

Dall'analisi dei parametri indicativi del ciclo termodinamico si ha

che il modello ibrido, rispetto al modello compressore a pressioni costanti, calcola un incremento di potenza assorbita pari al 17% ed una riduzione di massa elaborata per ciclo del 10%. Ne risulta un incremento del 30% del lavoro specifico.

Queste differenze sono il risultato dell'interazione tra il compressore e l'impianto che, come dimostrato, influenza le prestazioni della macchina.

CONCLUSIONI

Il modello ibrido consente di simulare un impianto equipaggiato con compressore alternativo considerando l'influenza reciproca tra la macchina e l'impianto. La peculiarità del modello ibrido è di far interagire la simulazione del compressore nel dominio del tempo con quella acustica dell'impianto nel dominio delle frequenze. Il valore aggiunto di questa interazione multi-dominio è nella possibilità di beneficiare dei vantaggi della modellazione quasi-stazionaria per il compressore e di quella acustica per l'impianto. La prima consente di valutare in dettaglio il ciclo termodinamico e la dinamica valvole del compressore con un basso costo computazionale, mentre la seconda permette di modellare configurazioni di impianto geometricamente complesse risolvendo un sistema di equazioni lineari (basso costo computazionale).

Complessivamente l'approccio ibrido risulta in un modello di calcolo rapido e dettagliato, idoneo per l'analisi acustica e termodinamica degli impianti equipaggiati con compressori alternativi. Come valore aggiunto, è possibile considerare l'interazione e l'influenza reciproca tra i due sistemi.

Il modello ibrido è stato testato su una configurazione di impianto, ed i risultati della simulazione sono stati confrontati con quelli ottenuti simulando lo stesso sistema con un codice fluidodinamico monodimensionale che opera interamente nel dominio del tempo. Il

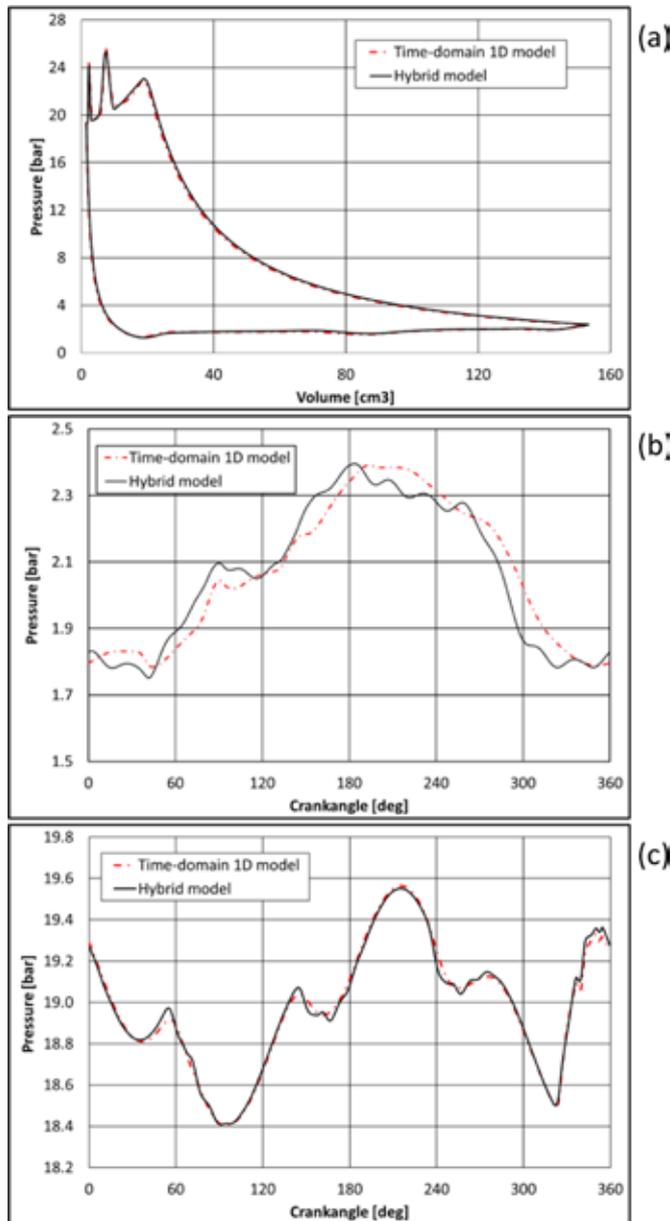


FIGURA 3 - Confronto tra i risultati dei due modelli numerici in termini di pressione interna al cilindro (a), pressioni di aspirazione (b) e mandata (c)

confronto ha dimostrato l'equivalenza dei due approcci. Inoltre, i risultati del modello ibrido sono stati confrontati con quelli ottenuti con un modello compressore con pressioni di aspirazione e mandata costanti dimostrando un'influenza non trascurabile dell'interazione del compressore con la linea sulle prestazioni della macchina.

BIBLIOGRAFIA

1. M. Costagliola, "Theory of spring loaded valves for reciprocating compressors," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 4, no. 17, 1950.

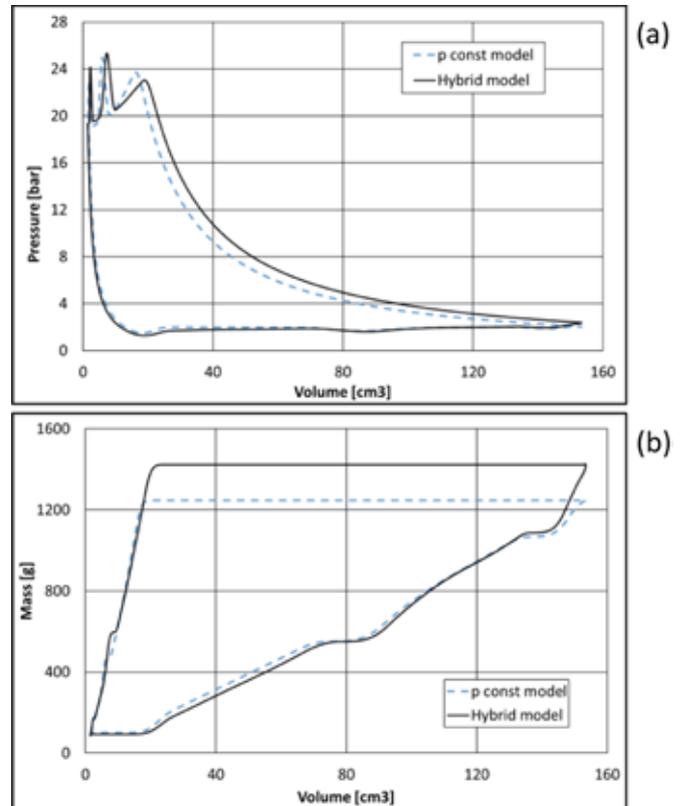


FIGURA 4 - Confronto tra i risultati del modello compressore con pressioni al contorno costanti ed il modello ibrido. Pressione interna al cilindro (a) e massa elaborata per ciclo (b)

2. J. F. T. Maclaren, S. V. Kerr, A. B. Tramscheck and O. A. Sanjines, "A model of a single stage reciprocating gas compressor accounting for flow pulsations", *International Compressor Engineering Conference*, 1974.
3. Almasi, "Pulsation suppression device design for reciprocating compressor", *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 2009.
4. K. Novak and J. Sauls, "Comparing FEM transfer matrix simulated compressor plenum pressure pulsations to measured pressure pulsations and to CFD results", in *International Compressor Engineering Conference*, 2012.
5. B. Tramschek and J. F. T. MacLaren, "Simulation of a reciprocating compressor accounting for interaction between valve movement and plenum chamber pressure", *International Compressor Engineering Conference*, 1980.
6. H. Bukac, "Understanding valve dynamics", *International Compressor Engineering Conference*, 2002.
7. Munjal M., "Acoustics of ducts and mufflers." New York: Wiley Interscience, 1987.
8. I. Stiaccini, L. Romani, L. Ferrari, G. Ferrara, "A hybrid time-frequency domain approach for numerical modeling of reciprocating compressors", *Energy Procedia, Special Issue Proc. of the ATI Congress 2014*.